

Входное математическое тестирование, ФКН 2018

Очный тест, 30 августа

На выполнение заданий даётся два астрономических часа. Задания выполняются письменно. По каждой задаче предполагается дать полное решение.

1. При каких a уравнение $6x^2 - 4x^3 - a = 0$ имеет ровно 1 корень?
2. Маша позвала на день рождения подруг и друзей. Девочки пришли раньше, чтобы помочь Маше, а мальчики позже (мальчиков было больше одного). Когда мальчики вошли, каждая девочка (включая Машу) бросила взгляд на каждого знакомого мальчика, а каждый мальчик бросил взгляд на каждую незнакомую девочку. Всего было брошено 55 взглядов. Сколько гостей было у Маши?
3. В каждую клетку прямоугольника 10×19 записали одно из чисел 0 или 1, после чего подсчитали суммы чисел в каждом столбце и в каждой строке. Какое наибольшее количество различных чисел могло получиться?
4. Решите уравнение в положительных числах $x^{x^3} = 3$.
5. Докажите неравенство:

$$2500\pi - 100 < \sqrt{1 \cdot 199} + \sqrt{2 \cdot 198} + \dots + \sqrt{99 \cdot 101} < 2500\pi$$